

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Instituto de Física

Curso de Licenciatura em Física

**Uma proposta para o ensino experimental  
da dilatação térmica da água**

Lucas Neves Abrantes

Orientador:

Vitorvani Soares

Rio de Janeiro

Maio de 2018

---

A158p Abrantes, Lucas Neves

Uma proposta para o ensino experimental da dilatação térmica da água / Lucas Neves Abrantes. – Rio de Janeiro: UFRJ/IF, 2018.

vi, 24 f. : il. ; 30 cm.

Orientador: Vitorvani Soares.

Trabalho de final de Curso – UFRJ / Instituto de Física / Licenciatura em Física, 2018.

Referências Bibliográficas: f. 29-30.

1. Ensino de Física. 2. Expansão térmica. 3. Água. I. Soares, Vitorvani. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Física, Licenciatura em Física. III. Título.

---

*À meus queridos avós maternos, Rômulo Pereira Neves  
e Elza Honória da Silva Neves, com saudades eternas.*

## **Agradecimentos**

Este trabalho não teria sido possível sem o apoio, amparo e incentivo dos meus pais; muito obrigado por acreditarem em mim e por me ajudarem a ser quem sou. Se sobrevivi a esses anos de faculdade e hoje conquisto alguma coisa é porque fui educado com todo o amor e toda a dedicação que um filho poderia pedir. Agradeço ao professor Vitorvani Soares, meu orientador na confecção deste trabalho, pela paciência, generosidade e ajuda durante todo o curso, sem as quais eu não teria condições de completar esta etapa. Agradeço também às demais pessoas que foram fundamentais para que este trabalho se tornasse realidade: ao professor Roberto Marchiori, do IQ/UFRJ, pela perfuração das rolhas utilizadas no experimento; a Diana Rozza e ao professor Roberto Salgado Amado, também do IQ/UFRJ, pelo auxílio na compra do material; à equipe de professores de física do Colégio Brigadeiro Newton Braga (CBNB): Aranha, Gabriel Cordeiro, Gilmar Machado, Hebert Araújo, Leonardo Motta e Pistilli, pelo auxílio na consulta aos livros didáticos do PNLD 2018; ao amigo e colega de curso Rodolfo Costa, pelas sugestões úteis quanto ao equipamento; por fim, à equipe de laboratoristas do IF/UFRJ, pelo apoio nas fases preliminares do projeto.

## Resumo

Sob pressão constante, o aumento da temperatura de um líquido qualquer é acompanhado por uma mudança no seu volume. A esse fenômeno, conhecido como dilatação térmica, a literatura didática utilizada nas escolas de Ensino Médio brasileiras dedica algumas páginas, frequentemente discutindo os modelos matemáticos adequados para a representação desse efeito em bases puramente teóricas. Em particular, o conceito de coeficiente de dilatação costuma ser apresentado como uma característica óbvia do fenômeno, sem maiores bases experimentais. Baseado em esforços semelhantes desenvolvidos por alunos do curso de Licenciatura em Física do IF/UFRJ e seguindo as orientações dos PCN+, propomos um experimento simples que permite a observação controlada da dilatação de certo volume de água mineral utilizando materiais comumente encontrados em laboratórios escolares. Organizamos os dados em tabelas, construímos gráficos e fazemos análises simples, ao alcance do estudante de nível secundário. Dessa maneira, estabelecemos o modelo usual de proporcionalidade direta entre a variação de volume do líquido, de um lado, e o seu volume inicial e a variação de temperatura sofrida, de outro, obtendo um valor para o coeficiente de dilatação volumétrica da água compatível com a literatura especializada. Esperamos que este trabalho possa servir de referência para a elaboração de atividades experimentais em sala de aula para o ensino da dilatação térmica dos líquidos.

# Sumário

1	Introdução . . . . .	7
2	Breve histórico . . . . .	9
3	O experimento . . . . .	12
3.1	Determinando o volume original de água . . . . .	14
3.2	Constatando o equilíbrio térmico . . . . .	16
3.3	Procedimento experimental . . . . .	17
4	Análise dos resultados . . . . .	20
5	Considerações finais . . . . .	28
	Referências . . . . .	29

# 1 Introdução

Este trabalho nasceu da preocupação de evitar que o ensino da dilatação térmica dos líquidos no Ensino Médio seja calcado nas tradicionais rotinas de “memorização de fórmulas ou repetição automatizada de procedimentos, em situações artificiais ou extremamente abstratas”, como sugerido pelos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNEM (2002). Seguindo o exemplo do trabalho de conclusão de curso de Marta Maximo Pereira (2006), apresenta-se neste trabalho um procedimento experimental simples que permite que o fenômeno da expansão dos líquidos seja investigado sem a utilização de referenciais teóricos prévios, utilizando ferramentas matemáticas ao alcance dos estudantes de nível médio.

As Orientações Educacionais Complementares aos PCN+ enfatizam o papel central que a experimentação deve ter no processo de ensino-aprendizagem em Física, com foco no “fazer, manusear, operar, agir, em diferentes formas e níveis” (BRASIL, 2002). Nesse contexto, considera-se ser imperativo desenvolver atividades para a sala de aula nas quais os alunos sejam os protagonistas, estabelecendo hipóteses e investigando problemas com o máximo de autonomia possível, a partir de um desafio proposto pelo professor e assumido por eles. Com esse pensamento, procurou-se elaborar um aparato para uma aula experimental de caráter investigativo que garantisse o contato direto do aluno com o fenômeno da dilatação.

Refez-se o trabalho de Pereira (2006) e se procurou preservar a abordagem original da autora: adquirir dados experimentais relativos à temperatura e ao volume de certa quantidade de água sob aquecimento; fazer uma análise gráfica do conjunto de dados obtido; através dessa análise, compreender qualitativamente as características macroscópicas do fenômeno e construir um modelo quantitativo relacionando as grandezas envolvidas. Em contraste com os materiais usados no trabalho original, no presente trabalho foram utilizadas vidrarias comuns em laboratórios de química, como béqueres e pipetas, o que permitiu maior precisão nas medidas de volume. Dessa forma, este trabalho pode ser especialmente útil para escolas que possuem laboratórios de ensino de química, ainda que não tenham instalações dedicadas à física.

A sequência de raciocínio da análise dos dados foi inspirada também em outros trabalhos de conclusão de curso apresentados ao Instituto de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro, especialmente os de Lemos (2013) e Quirino (2014). Buscou-se, acima de tudo, superar uma deficiência comum de propostas didáticas que procuram ensinar através da experimentação: a execução mecânica de uma sequência de instruções e procedimentos, cujo sentido, como bem lembram os PCN+, “nem sempre fica claro para o aluno” (BRASIL, 2002). Experimentos que procuram validar um modelo previamente estabelecido e aceito, como o proposto por Padgett e MacGowan (2013), tendem a resultar nessa situação e deixam de explorar toda a potencialidade da análise gráfica para a construção de modelos *ab initio*.

O presente trabalho está organizado da seguinte forma: no Capítulo 2 foi apresentado em breves linhas uma parte da história do estudo científico da dilatação térmica; no Capítulo 3

discutiu-se o experimento proposto e as dificuldades associadas à sua realização; no Capítulo 4 os dados obtidos foram analisados; finalmente, no Capítulo 5 foram relatadas as considerações finais sobre a atividade desenvolvida.



## 2 Breve histórico

O estudo da expansão e da contração de fluidos esteve intimamente ligado, no início do desenvolvimento da ciência moderna, ao desenvolvimento dos primeiros aparelhos para a medição da temperatura. O termoscópio de Galileu (fins do século XVI) funcionava com base na observação de que uma porção de ar aumenta de volume quando aquecida e diminui quando resfriada. Mais tarde, os dispositivos desenvolvidos em Florença na chamada Academia Dei Cimento (1657-1667) superaram o de Galileu ao utilizarem um tubo selado, eliminando a influência da pressão atmosférica, como discutido por Pires, Afonso e Chaves (2006).

O trabalho fundacional de Robert Boyle sobre a proporcionalidade inversa entre o volume  $V$  e a pressão  $P$  do ar, publicado em 1662, foi complementado por Mariotte (2011), que observou em 1676 que a chamada Lei de Boyle *somente é válida quando a temperatura é mantida constante*, ou seja:

$$PV = k, \quad (2.1)$$

com  $k$  constante para uma massa de ar à temperatura  $T$  constante.

No século XVIII, Charles (2018) sugeriu e Joseph-Louis Gay-Lussac demonstrou a lei da proporcionalidade entre o volume de um gás e sua temperatura absoluta sob pressão constante:

$$V = cT, \quad (2.2)$$

onde  $c$  é constante quando a pressão  $P$  da massa de gás não varia. Como observado por Crosland (2016), Gay-Lussac também descobriu que a pressão e a temperatura de uma massa de gás eram proporcionais, caso o seu volume não sofresse variação:

$$P = bT, \quad (2.3)$$

onde  $b$  é constante quando o volume  $V$  da porção de gás é constante.

Combinando-se as equações 2.1, 2.2 e 2.3, obteve-se uma relação geral entre as grandezas macroscópicas de um gás, a chamada “lei geral dos gases”:

$$\frac{PV}{T} = C, \quad (2.4)$$

ou seja, a razão entre o produto da pressão com o volume de um gás e a sua temperatura absoluta permanece sempre igual a uma constante  $C$ .

Com o tempo, reconheceu-se que a equação 2.4 só é rigorosamente aplicável a gases com um comportamento específico, “ideal”, devendo sofrer correções para representar com mais fidelidade as substâncias encontradas na natureza. Como descrito no verbete “Equation of State” da Encyclopædia Britannica, o estudo quantitativo da dilatação térmica dos gases e dos líquidos passou a ser um aspecto secundário da busca pelas *equações de estado* das substâncias, as relações matemáticas entre as suas variáveis termodinâmicas (pressão, temperatura e volume)

das quais a lei geral dos gases é um dos exemplos mais antigos. A investigação dessas relações tem sido realizada tanto a partir de um ponto de vista teórico quanto a partir de experimentos e modelos empíricos (ADEWUMI, 2017).

## A dilatação na atualidade

No caso da substância em questão neste trabalho, a água líquida, não se conhece uma forma geral e rigorosa para a equação de estado, conforme Kell (1975). Existe uma quantidade muito grande de dados sobre o comportamento termodinâmico da água, inclusive tabelas extensas listando a densidade e o coeficiente de dilatação (entre outras propriedades) em diversas temperaturas, mas as equações de estado existentes são aproximações teóricas ou funções empíricas ajustadas aos dados. Dessa forma, parece especialmente adequado que o estudo dessa substância seja feito com o menor número possível de hipóteses prévias sobre o seu comportamento, ainda mais considerando a diversidade de “concepções espontâneas” que os alunos parecem ter sobre este assunto (ver, por exemplo, Liew e Treagust (1995)).

Uma pergunta de importância no contexto do ensino de física é: como a dilatação térmica dos líquidos é apresentada nas escolas brasileiras de Ensino Médio? Para investigar essa questão, foram consultados alguns dos livros didáticos incluídos no Plano Nacional do Livro Didático de 2018 (PNLD 2018) e verificou-se de que maneira eles discutiam esse conteúdo.

Foi observado que, das cinco obras consultadas, quatro trazem em primeiro lugar uma discussão mais detalhada sobre a dilatação térmica dos sólidos, apresentando em seguida a dilatação dos líquidos nos mesmos moldes matemáticos. O modelo para a dilatação volumétrica, já estabelecido anteriormente, é simplesmente reaproveitado, sem nenhuma argumentação sobre a extensão de sua validade. O foco desses textos é a necessidade de levar-se em conta a dilatação do próprio recipiente que contém o líquido e a discussão do comportamento anômalo da água em torno da temperatura de  $4^{\circ}\text{C}$ . A obra restante não faz distinção entre a dilatação dos sólidos e a dos líquidos, inserindo a discussão da dilatação aparente em um exercício resolvido.

A Tabela 1 apresenta alguns trechos dessas obras.

**Tabela 1.** Definições de dilatação volumétrica apresentadas nos livros do Plano Nacional do Livro Didático 2018.

Livro	Definição
Ser protagonista: Física, 2ºano: ensino médio - 3. ed - São Paulo: Edições SM, 2016. (VÁLIO et al., 2016, p. 60, 62)	“Analogamente (...) a expressão da dilatação volumétrica de um corpo depende dos seguintes fatores: variação da temperatura do corpo ( $\Delta T = T - T_0$ ); volume inicial do corpo ( $V_0$ ); material que constitui o corpo. Da mesma forma que utilizamos o coeficiente de dilatação linear e superficial (...), utilizaremos aqui o <i>coeficiente de dilatação volumétrica</i> . (...) A variação de volume é dada por: $\Delta V = V_0 \gamma \Delta T$ . (...) Para estudar a dilatação em líquidos, contudo, deve-se necessariamente se levar em conta a <i>dilatação volumétrica</i> , porque os líquidos não têm forma definida e adquirem o formato do recipiente em que são colocados.”
Física aula por aula: termologia, óptica, ondulatória, 2ºano - 3. ed. - São Paulo: FTD, 2016. (BARRETO FILHO; SILVA, 2016, p. 40, 44)	“A dilatação térmica volumétrica de um corpo maciço é analisada a partir da dilatação de cada uma das dimensões desse corpo. (...) Os lados do paralelepípedo variam para $a$ , $b$ e $c$ . Por meio da equação da dilatação linear, para cada uma das dimensões lineares, temos: $a = a_i(1 + \alpha \Delta T)$ (...) Multiplicando-se membro a membro as equações (...) [e] chamando $\gamma$ o coeficiente de dilatação volumétrica do material que constitui o corpo ( $\gamma = 3\alpha$ ), temos finalmente que: $V = V_i(1 + \gamma \Delta T) \Rightarrow \Delta V = V_i \gamma \Delta T$ . (...) Poderemos calcular a variação de volume utilizando a mesma equação da dilatação e o respectivo coeficiente de dilatação volumétrica do líquido. $\Delta V_R = \gamma_R V_i \Delta T$ .”
Física, vol. 2: termologia, ondulatória, óptica - 3. ed. - São Paulo: Saraiva, 2016. (BÔAS; DOCA; BISCUOLA, 2016, p. 107-108, 113)	“Vamos considerar um cubo metálico de aresta $L_0$ , à temperatura $\theta_0$ e feito de um material de coeficiente de dilatação linear igual a $\alpha$ . (...) No início, o volume do cubo é dado por: $V_0 = L_0^3$ ; após o aquecimento, passa a ser $V$ , tal que: $V = L^3$ . Elevando os dois membros da equação da dilatação linear ao cubo, temos: $L^3 = L_0^3(1 + \alpha \Delta \theta)^3$ . Substituindo (...), obtemos: $V = V_0(1 + \alpha \Delta \theta)^3$ . Desenvolvendo o binômio, (...) obtemos as expressões: $V = V_0(1 + \gamma \Delta \theta)$ ou $\Delta V = V_0 \gamma \Delta \theta$ . (...) Da mesma forma que na dilatação superficial, a equação (...) é válida para todos os sólidos (...) Em líquidos, só existe interesse no estudo da dilatação volumétrica, que é regida pela mesma <i>Equação da Dilatação Volumétrica dos Sólidos</i> .”
Física, v.2 - 2. ed. - São Paulo: Ática, 2016. (GUIMARÃES; PIQUEIRA; CAR- RON, 2016, p. 25-26)	“A dilatação volumétrica $\Delta V$ corresponde à variação do volume de um sólido quando submetido a uma variação de temperatura $\Delta \theta$ . Assim, um sólido que apresente volume $V_0$ , à temperatura $\theta_0$ , e volume $V$ , à temperatura $\theta > \theta_0$ , apresenta uma variação de volume $\Delta V$ diretamente proporcional ao volume inicial $V_0$ e à variação de temperatura $\Delta \theta$ : $\Delta V = \gamma V_0 \Delta \theta$ . Nessa expressão, $\gamma$ é uma constante, denominada <i>coeficiente de dilatação volumétrica</i> , característica do material constituinte do sólido, e que obedece à relação $\gamma = 3\alpha$ . (...) Enquanto os sólidos possuem forma própria e volume definido, os líquidos têm somente volume definido. Por isso, o estudo da dilatação térmica dos líquidos é feito somente em relação à dilatação volumétrica. (...) Assim como nos sólidos, a dilatação volumétrica $\Delta V$ de um líquido é diretamente proporcional ao volume inicial do líquido $V_0$ e à variação de temperatura $\Delta \theta$ : $\Delta V = V_0 \gamma \Delta \theta$ . Nessa expressão, $\gamma$ é o coeficiente de dilatação real do líquido.”
Física: interação e tecnologia, volume 2 - 2. ed. - São Paulo: Leya, 2016. (GONÇALVES FILHO; TOSCANO, 2016, p. 67)	“A dilatação volumétrica ( $\Delta V$ ) de um objeto depende de três fatores: do material de que ele é feito, ou seja, de seu coeficiente de dilatação volumétrica ( $\gamma$ ), de seu volume antes de ser aquecido ( $V_0$ ) e da variação de temperatura que ele sofre ( $\Delta t$ ). A multiplicação desses três fatores determina a variação do volume do objeto. $\Delta V = \gamma V_0 \Delta t$ .”

### 3 O experimento

A proposta do experimento é investigar o comportamento de um líquido quando aquecido sem recorrer a um referencial teórico prévio. Em uma ou mais aulas de Física Térmica centradas neste experimento, o aluno poderá utilizar as ferramentas matemáticas adequadas ao seu nível escolar, especialmente a organização tabular dos dados e a análise gráfica, para descrever quantitativamente o fenômeno da dilatação térmica e para compreender o conceito de coeficiente de dilatação.

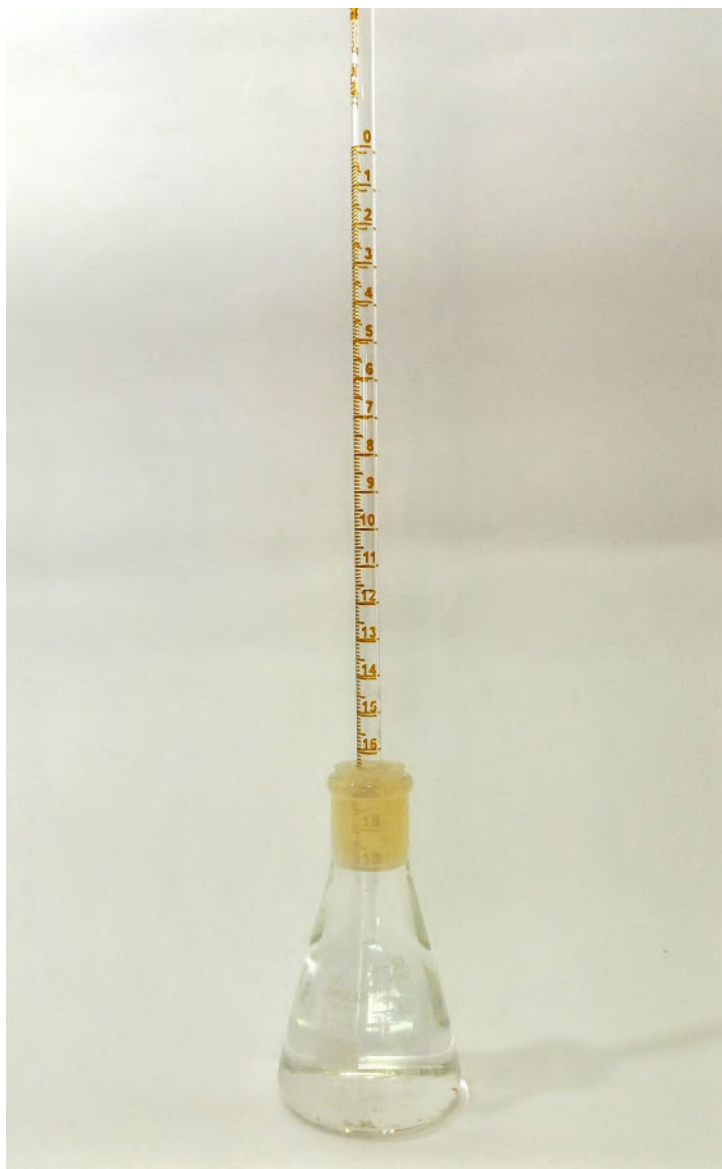
A hipótese básica é a de que um mesmo líquido, sob as mesmas condições de pressão (atmosférica), deve apresentar sempre o mesmo comportamento quando submetido a variações de temperatura. Para investigá-la, foi utilizado o seguinte material:

- Água mineral (dois galões de 4,5 L);
- Um recipiente tipo béquer de capacidade nominal 3 L;
- Três frascos tipo Erlenmeyer de capacidades nominais 25 mL, 50 mL e 125 mL;
- Rolhas de silicone de números 5, 6 e 8, perfuradas para passagem das pipetas;
- Duas pipetas graduadas tipo Mohr de 2 mL 1/100;
- Uma pipeta graduada tipo Mohr de 5 mL 1/10;
- Um termômetro químico de vidro (faixa de medição:  $-10^{\circ}\text{C}$  a  $110^{\circ}\text{C}$ );
- Um ebulidor de potência nominal 1000 W;
- Uma balança de precisão digital de capacidade 500 g e menor divisão 0,1 g.

Os frascos tipo Erlenmeyer foram preenchidos com água mineral. As pipetas vazias foram passadas através das rolhas de silicone de tal modo que estas ficaram ajustadas bem próximo às extremidades inferiores das primeiras. Cada frasco foi, então, tampado com esse conjunto rolha-pipeta, de modo que a água subisse um pouco pela pipeta. A configuração resultante para o frasco de capacidade nominal 50 mL está mostrada na figura 1.

O procedimento consistiu em aquecer a água no interior desse recipiente e monitorar a evolução de seu volume. Para isso, montou-se um banho-maria simples com o ebulidor, o béquer de 3 L e o restante da água mineral. Como não havia um termopar, o termômetro químico foi usado para acompanhar a temperatura do banho-maria.

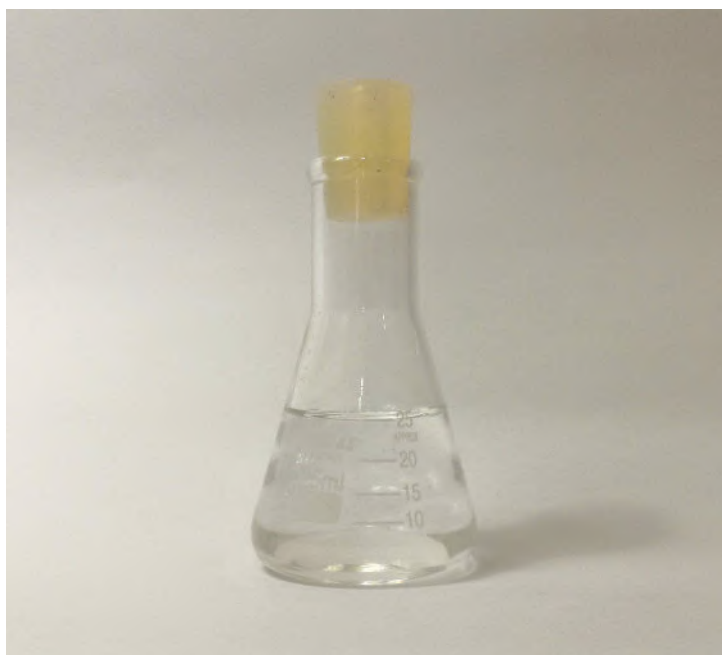
Um desafio seria conhecer o volume original de água antes do início do aquecimento. O uso de Erlenmeyers de capacidade nominal definida não elimina totalmente esse problema, já que esses recipientes apresentam apenas uma medida aproximada do volume no seu interior, com precisão muito inferior à das pipetas utilizadas. Além disso, caso o frasco seja preenchido



**Figura 1.** Conjunto frasco-rolha-pipeta preenchido com água mineral (Erlenmeyer de capacidade nominal 50 mL). No momento em que a fotografia foi tirada, o nível de água ultrapassava ligeiramente a marcação de 1,16 mL.

apenas até a graduação máxima, como na figura 2, o espaço restante entre a superfície do líquido e a extremidade inferior da rolha será ocupado por ar e vapor de água, não havendo garantia de que a variação lida na pipeta corresponderá à mudança real no volume do líquido.

### 3.1 Determinando o volume original de água



**Figura 2.** Erlenmeyer de capacidade nominal 25 mL preenchido até próximo do nível máximo indicado na escala. Note o espaço não preenchido por líquido dentro do frasco.

Deve-se frisar, portanto, que “25 mL”, “50 mL” e “125 mL” são apenas nomes utilizados para identificar os três conjuntos de Erlenmeyer e pipeta diferentes, representando somente uma aproximação indicativa dos volumes iniciais de água ali contidos.

Uma abordagem alternativa foi utilizada. O preenchimento dos Erlenmeyers foi feito por imersão no béquer com água mineral. Ainda debaixo d’água, cada frasco foi selado com o respectivo conjunto rolha-pipeta, tapando-se a extremidade superior da pipeta com o dedo antes da imersão para evitar que o nível subisse demais. O frasco foi então deixado em repouso fora do béquer por no mínimo uma hora (para permitir o equilíbrio térmico com o ambiente), tempo durante o qual o nível de água na pipeta foi monitorado. Uma vez que não houvesse mais mudança significativa nessa leitura e que o exterior do frasco estivesse seco, o conjunto poderia ter sua massa aferida e ser utilizado no experimento.

As massas de todos os frascos vazios, rolhas e pipetas na balança digital de precisão mostrada na figura 3 foram medidas, assim como os valores das massas dos conjuntos frasco (vazio)-rolha-pipeta e as massas finais dos conjuntos preenchidos com água. Estes resultados estão indicados na Tabela 2.



**Figura 3.** Balança digital de precisão utilizada no experimento. A menor divisão do mostrador é 0,1 g.

**Tabela 2.** Massas dos equipamentos.

Item	Massa $M$ (g)
Frasco “25 mL” + rolha Nº 5 + pipeta 2 mL I	48,1(1)
Frasco “50 mL” + rolha Nº 6 + pipeta 2 mL II	70,1(1)
Frasco “125 mL” + rolha Nº 8 + pipeta 5 mL I	95,1(1)
Frasco “25 mL” + rolha Nº 5 + pipeta 2 mL I + água	86,7(1)
Frasco “50 mL” + rolha Nº 6 + pipeta 2 mL II + água	134,5(1)
Frasco “125 mL” + rolha Nº 8 + pipeta 5 mL I + água	251,4(1)

Dessa forma, foi determinada a massa de água dentro do Erlenmeyer e da pipeta calculando-se a diferença entre as massas dos conjuntos quando preenchidos e quando vazios. Os resultados estão indicados na Tabela 3.

**Tabela 3.** Massas de água em cada frasco.

Item	Massa $M$ (g)
Água no conjunto do frasco “25 mL”	38,6(1)
Água no conjunto do frasco “50 mL”	64,4(1)
Água no conjunto do frasco “125 mL”	153,6(1)

Considerando os fins didáticos do experimento em questão, bem como a proposta de evitar-se o uso de modelos teóricos previamente estabelecidos, foi suficiente utilizar o valor nominal

da densidade da água,  $\rho = 1,00 \text{ g mL}^{-1}$ , e considerar que os volumes originais nos frascos “25 mL”, “50 mL” e “125 mL” eram, de fato, iguais a 38,60 mL, 64,40 mL e 156,30 mL, respectivamente. O possível erro sistemático nesse valores não afeta de forma significativa a determinação do resultado final, como pode ser percebido com a repetição do experimento.

### 3.2 Constatando o equilíbrio térmico

O intervalo de tempo durante o qual o frasco fica em repouso após a retirada do ebulidor é um parâmetro crítico para a correta leitura da temperatura e do nível da água. Em experimentos preparatórios nota-se que o tempo que a coluna de água leva para estabilizar varia de acordo com o frasco e, indubitavelmente, com a temperatura. Observa-se a seguinte sucessão de eventos:

1. No instante em que o ebulidor é desligado, o nível na pipeta ainda não subiu muito, apesar do termômetro registrar um aumento na temperatura do banho-maria ( $T_{\text{banho}}$ );
2. O nível de água na pipeta começa a subir, enquanto a leitura do termômetro cai vagarosamente;
3. Após certo tempo, tanto o nível quanto  $T_{\text{banho}}$  estabilizam - equilíbrio térmico;
4. O nível começa a cair vagorosamente, enquanto o termômetro não acusa mudança;
5. Finalmente, a coluna de água desce com rapidez crescente, bem como a leitura do termômetro.

Recorrendo à calorimetria básica, pode-se interpretar essa sequência como o efeito da interposição, entre a água do banho-maria e a água no interior do frasco, dos materiais de que é feito o conjunto frasco-rolha-pipeta. A diferença de calor específico entre o vidro e o silicone, de um lado, e a água, de outro, cria uma espécie de “barreira térmica” que faz com que o fluxo de calor entre as duas porções de água – aquela confinada no frasco e a água do banho – seja muito mais lento que o próprio aquecimento do banho-maria pelo ebulidor. As observações de Liew e Treagust (1995), que utilizaram aparato semelhante ao nosso, foram similares.

Dessa forma, nesta etapa, durante a qual supomos que  $T_{\text{banho}} > T_{\text{água}}$  (onde  $T_{\text{água}}$  refere-se essencialmente à temperatura real da água no interior do frasco e da pipeta) e  $T_{\text{banho}}$  é máxima, representa um momento em que o banho-maria armazena quase toda a energia térmica doada pelo aquecedor, a qual flui na forma de calor através do vidro (etapa 2) até que o sistema atinja o equilíbrio térmico (etapa 3), com  $T_{\text{banho}} = T_{\text{água}} = T_{\text{equilíbrio}}$ , onde  $T_{\text{equilíbrio}}$  é menor que a temperatura inicialmente atingida pelo banho-maria após o aquecimento. Na faixa de precisão trabalhada, os instrumentos – pipeta e termômetro – não acusam desvio perceptível do equilíbrio por algum tempo após o seu alcance, sendo esta a janela temporal adequada para a leitura dos valores. O calor é, porém, continuamente dissipado para o ambiente, de forma que em algum momento a diferença de capacidades térmicas entre o banho-maria (maior, devido à sua massa)

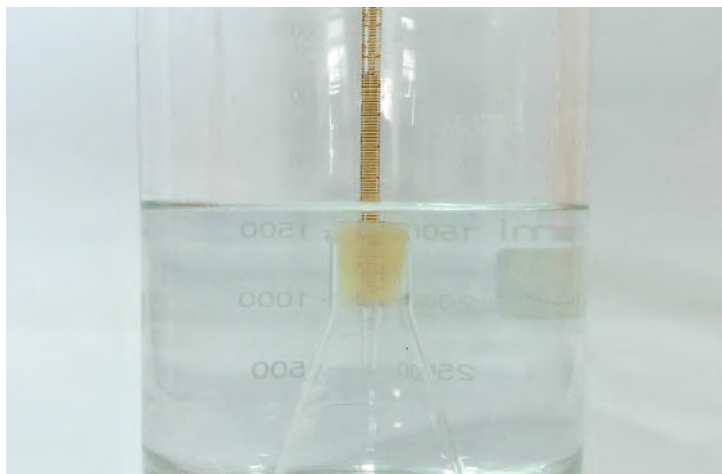


e a água do frasco faz com que a temperatura desta última caia mais rapidamente que a do primeiro (etapas 4 e 5).

Essa interpretação advinda das observações preliminares permite que se adote um intervalo de espera  $\Delta t$  de cerca de 12 min entre a retirada do aquecedor e a leitura das grandezas. No entanto, observou-se também que o tempo que a coluna de água levava para se estabilizar foi progressivamente menor para as temperaturas acima de  $\approx 50^\circ\text{C}$  em todas as tentativas. Dessa forma, quando a temperatura do banho estava acima de  $50^\circ\text{C}$ , reduzía-se gradualmente o tempo de espera e mensurava-se assim que o equilíbrio parecia estabelecido há mais de 1 min. Caso esse aspecto não fosse levado em conta e o frasco fosse sempre deixado em repouso pelo mesmo intervalo de tempo  $\Delta t$  após a retirada do aquecedor, a leitura tornar-se-ia muito difícil; pode-se dizer que, segundo a interpretação acima, a análise dos dados assim obtidos traria resultados incompatíveis com a realidade, pois os “pontos” teriam sido registrados fora do equilíbrio térmico.

### 3.3 Procedimento experimental

Feitas as preparações para cada frasco, prosseguiu-se da seguinte maneira: primeiro, colocou-se o conjunto experimental dentro do béquer cheio de água, procurando fazer com que o nível de água no béquer não ultrapassasse muito a altura da rolha (figura 4).



**Figura 4.** Detalhe do banho-maria mostrando o nível da água no béquer.

Isso significou usar de 1,5 L a 2,0 L de água por tentativa, um volume que se mostrou suficientemente grande para propiciar um aquecimento lento e uniforme do Erlenmeyer. Agitou-se suavemente a água para garantir a uniformidade das temperaturas e aguardou-se até que a leitura do termômetro e do nível de água na pipeta estabilizassem. Constatado, assim, o equilíbrio, anotou-se a temperatura lida no termômetro e o nível lido na pipeta, obtendo assim o “ponto” experimental de referência utilizado para a computação da variação do nível de água na pipeta.

Em seguida, foi inserido o ebulidor e que foi mantido ligado por cerca de 1 min (no caso dos frascos menores) ou 1 min 30 s (no caso do frasco “125 mL”), com o auxílio de um relógio ou cronômetro digital. O aparelho foi desligado e retirado do béquer. Na sequência, a água do banho-maria foi agitada para garantir um aquecimento mais uniforme. O banho-maria completo (com o termômetro inserido apenas para ilustração) está representado na figura 5.



**Figura 5.** Banho-maria utilizado no experimento: conjunto frasco-rolha-pipeta preenchido com água e inserido dentro do béquer com a água do banho. O ebulidor e o termômetro químico também são mostrados. No experimento, o termômetro só era inserido quando o ebulidor já havia sido retirado.

Observou-se claramente a elevação do nível de água na pipeta, o que foi considerado como evidência de que o volume da porção de água no seu interior estava aumentando. Conforme discutido na seção 3.2, aguardou-se um certo intervalo de tempo  $\Delta t$  antes de ler a temperatura do banho e o nível de líquido. Os dados foram então registrados e inseriu-se novamente o

ebulidor, repetindo o processo várias vezes até que a temperatura do banho-maria atingisse cerca de 70 °C. As medidas de nível de água e de temperatura  $T$  realizadas dessa maneira encontram-se indicadas na Tabela 4.

**Tabela 4.** Medidas de temperatura  $T$  (°C) do banho-maria e nível de água na pipeta (mL) para todos os frascos.

Frasco “25 mL”		Frasco “50 mL”		Frasco “125 mL”	
Temperatura (°C)	Nível (mL)	Temperatura (°C)	Nível (mL)	Temperatura (°C)	Nível (mL)
28,4(1)	1,07(1)	25,9(1)	1,515(5)	28,6(1)	3,81(2)
35,8(1)	0,98(1)	31,2(1)	1,405(5)	33,5(1)	3,59(2)
42,2(1)	0,89(1)	37,6(1)	1,261(5)	38,8(1)	3,35(2)
47,0(1)	0,81(1)	41,7(1)	1,150(5)	41,6(1)	3,13(2)
52,2(1)	0,72(1)	46,3(1)	1,020(5)	44,7(1)	2,94(2)
56,2(1)	0,64(1)	49,8(1)	0,920(5)	48,0(1)	2,73(2)
59,0(1)	0,58(1)	52,5(1)	0,820(5)	50,9(1)	2,50(2)
62,5(1)	0,53(1)	55,4(1)	0,725(5)	53,5(1)	2,29(2)
65,0(1)	0,46(1)	58,2(1)	0,630(5)	55,9(1)	2,11(2)
69,1(1)	0,36(1)	61,4(1)	0,520(5)	60,0(1)	1,72(2)
		66,9(1)	0,325(5)	61,3(1)	1,54(2)
				66,1(1)	1,03(2)

## 4 Análise dos resultados



**Figura 6.** Porção de uma das pipetas utilizadas no experimento. Observe o nível do menisco: a pipeta está quase cheia até a sua capacidade nominal, assinalada pelo nível “0” na escala impressa na parede do instrumento.

Feitas as medidas, resta a pergunta: como obter o volume da porção de água dentro do conjunto frasco-pipeta? Para isso é preciso compreender algumas características dos instrumentos utilizados. Pipetas do tipo Mohr são graduadas de forma que a marcação mais próxima à extremidade superior exibe o nível 0,0 mL, enquanto o nível correspondente à capacidade total do instrumento (2,00 mL, 5,0 mL) não é impresso na parede, referindo-se, na verdade, ao volume contido na pipeta quando cheia até a ponta inferior, conforme figura 6. Nas pipetas utilizadas,

a escala impressa ia de 0,00 mL até 1,90 mL no caso da pipeta de 2 mL 1/100, e de 0,0 mL até 4,8 mL no caso da pipeta de 5 mL 1/10.

Percebe-se que um aumento de volume (visualizado como uma elevação da coluna de água) seria assinalado por uma diminuição do valor lido na escala, o que pode ser contraintuitivo em um experimento deste tipo. Dessa forma, tomamos o primeiro “ponto” experimental como referência e computamos a mudança de nível na pipeta como segue:

$$\Delta \text{ nível} = \text{nível de referência} - \text{nível medido}, \quad (4.1)$$

de modo que uma variação positiva corresponderia a uma elevação da coluna de água, como seria de se esperar. Para calcular, enfim, o volume da porção de água, fizemos

$$V = \text{volume original} + \Delta \text{ nível} \quad (4.2)$$

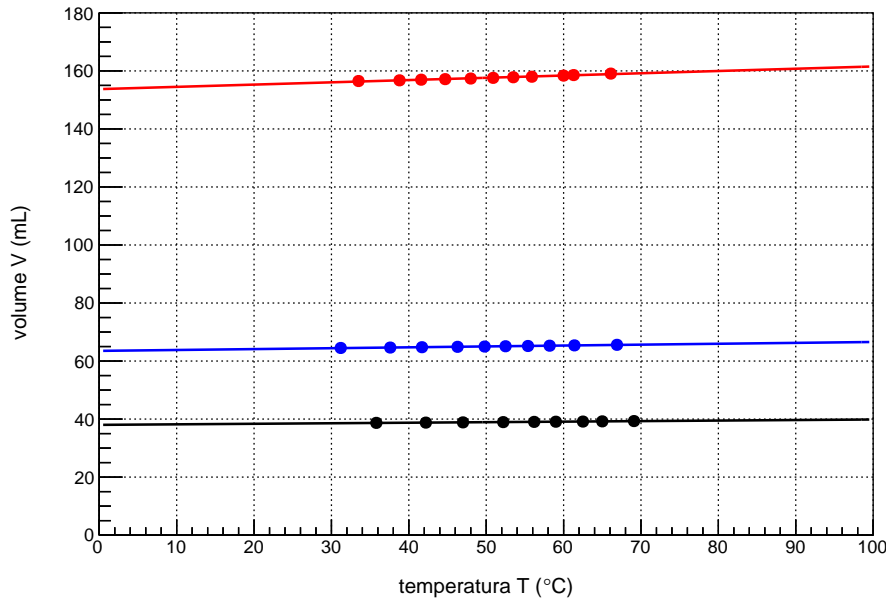
para as temperaturas registradas. Consideramos, assim, que o “volume original” obtido na seção 3.1 correspondia à medida do nível de referência.

Os dados de temperatura e volume referentes à água dentro do conjunto frasco-pipeta obtidos conforme o exposto, estão indicados na Tabela 5.

**Tabela 5.** Temperatura  $T(^{\circ}\text{C})$  vs. volume  $V(\text{mL})$  para todos os frascos.

Frasco “25 mL”		Frasco “50 mL”		Frasco “125 mL”	
Temperatura $T(^{\circ}\text{C})$	volume $V(\text{mL})$	Temperatura $T(^{\circ}\text{C})$	volume $V(\text{mL})$	Temperatura $T(^{\circ}\text{C})$	volume $V(\text{mL})$
35,8(1)	38,69(1)	31,2(1)	64,51(5)	33,5(1)	156,52(2)
42,2(1)	38,78(1)	37,6(1)	64,65(5)	38,8(1)	156,76(2)
47,0(1)	38,86(1)	41,7(1)	64,77(5)	41,6(1)	156,98(2)
52,2(1)	38,95(1)	46,3(1)	64,90(5)	44,7(1)	157,17(2)
56,2(1)	39,03(1)	49,8(1)	65,00(5)	48,0(1)	157,38(2)
59,0(1)	39,09(1)	52,5(1)	65,10(5)	50,9(1)	157,61(2)
62,5(1)	39,14(1)	55,4(1)	65,19(5)	53,5(1)	157,82(2)
65,0(1)	39,21(1)	58,2(1)	65,29(5)	55,9(1)	158,00(2)
69,1(1)	39,31(1)	61,4(1)	65,40(5)	60,0(1)	158,39(2)
		66,9(1)	65,59(5)	61,3(1)	158,57(2)
				66,1(1)	159,08(2)

Com os dados apresentados na Tabela 5, foi construído um gráfico de volume de água  $V$  (em mL) versus temperatura  $T$  (em  $^{\circ}\text{C}$ ) para a porção de água dentro do Erlenmeyer (e da pipeta), mostrado na figura 7. Uma inspeção visual dos conjuntos de pontos referentes aos frascos “25 mL” (em preto), “50 mL” (em azul) e “125 mL” (em vermelho) sugere que o volume possa



**Figura 7.** Volume de água  $V$  em função da temperatura  $T$  para todos os conjuntos experimentais. Em preto, o frasco de capacidade nominal 25 mL; em azul, o de capacidade nominal 50 mL; em vermelho, o de capacidade nominal 125 mL.

ter um comportamento linear com a temperatura, obedecendo à relação:

$$y = a + bx, \quad (4.3)$$

onde  $y$  corresponde ao volume  $V$  da porção de água em mL e  $x$  corresponde à temperatura  $T$  em °C. Observa-se, portanto, que o coeficiente linear  $a$  corresponde ao volume em mL que a porção de água teria à temperatura de 0 °C, denominado  $V_0$ , o volume inicial de referência. Também percebe-se que as unidades do coeficiente angular  $b$  devem ser mL/°C.

Reescrevendo a equação da reta, temos:

$$V = V_0 + bT. \quad (4.4)$$

Nota-se, na figura 7, que a reta do frasco “50 mL” parece ser ligeiramente mais inclinada que a do frasco “25 mL”, enquanto a reta do frasco “125 mL” é visivelmente mais inclinada que ambas. Parece, portanto, que porções de água de maior volume inicial  $V_0$  exibem maior variação de volume para a mesma variação de temperatura. Observando os valores dos coeficientes  $a$  e  $b$  obtidos a partir da melhor reta para cada conjunto de pontos do gráfico, listados na Tabela 6, percebe-se a mesma tendência: o valor do coeficiente angular  $b$  parece aumentar conforme o volume de referência  $V_0$ .

Pode ser verdade que porções diferentes de um mesmo líquido (com volumes iniciais  $V_0$  distintos) apresentem comportamentos diferentes quando aquecidas? Para investigar mais a fundo essa hipótese, calcula-se a diferença  $\Delta V = V - V_0$  entre o volume medido  $V$  e o volume de

**Tabela 6.** Coeficientes das melhores retas para o gráfico da figura 7.

Frasco (mL)	coeficiente linear $a = V_0(\text{mL})$	coeficiente angular $b(\text{mL}/^\circ\text{C})$
25	38,00(3)	0,0185(6)
50	63,50(4)	0,0307(8)
125	153,7(2)	0,078(3)

referência  $V_0$  para cada conjunto, obtendo-se assim a variação absoluta no volume das porções de água. Os valores obtidos estão representados na Tabela 7 e no gráfico da figura 8.

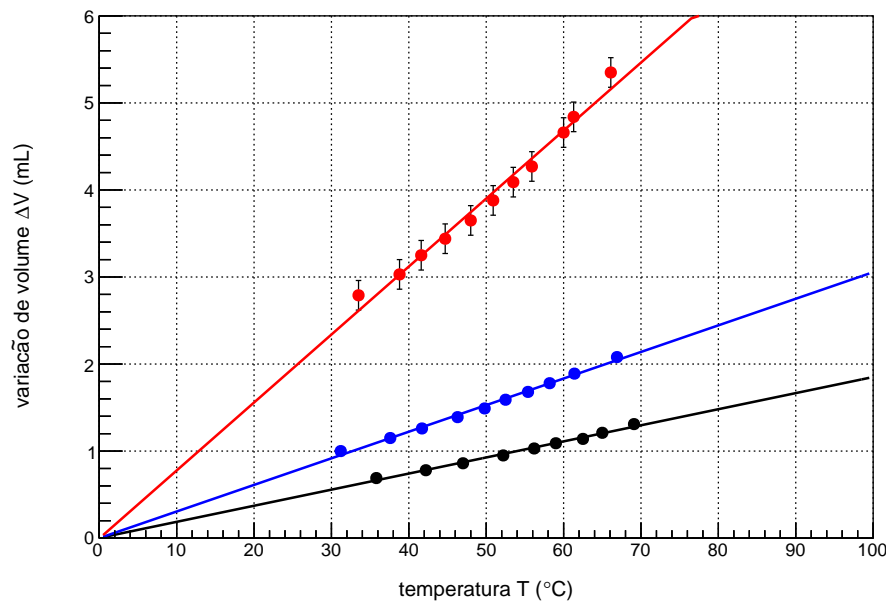
**Tabela 7.** Temperatura  $T(^{\circ}\text{C})$  e variação absoluta de volume  $\Delta V = V - V_0$  (mL) para todos os frascos.

Frasco “25 mL”		Frasco “50 mL”		Frasco “125 mL”	
Temperatura $T(^{\circ}\text{C})$	variação do volume $\Delta V(\text{mL})$	Temperatura $T(^{\circ}\text{C})$	volume $\Delta V(\text{mL})$	Temperatura $T(^{\circ}\text{C})$	variação do volume $\Delta V(\text{mL})$
35,8(1)	0,69(3)	31,2(1)	1,00(4)	33,5(1)	2,79(17)
42,2(1)	0,78(3)	37,6(1)	1,15(4)	38,8(1)	3,03(17)
47,0(1)	0,86(3)	41,7(1)	1,26(4)	41,6(1)	3,25(17)
52,2(1)	0,95(3)	46,3(1)	1,39(4)	44,7(1)	3,44(17)
56,2(1)	1,03(3)	49,8(1)	1,49(4)	48,0(1)	3,65(17)
59,0(1)	1,09(3)	52,5(1)	1,59(4)	50,9(1)	3,88(17)
62,5(1)	1,14(3)	55,4(1)	1,68(4)	53,5(1)	4,09(17)
65,0(1)	1,21(3)	58,2(1)	1,78(4)	55,9(1)	4,27(17)
69,1(1)	1,31(3)	61,4(1)	1,89(4)	60,0(1)	4,66(17)
		66,9(1)	2,08(4)	61,3(1)	4,84(17)
				66,1(1)	5,35(17)

Essa manipulação resulta em uma relação linear entre  $\Delta V$  e  $T$  da forma:

$$\Delta V = bT, \quad (4.5)$$

já que a mudança de volume  $\Delta V$  (medida em mL) é zero quando  $T = 0^{\circ}\text{C}$  para todos os frascos. Os coeficientes lineares das retas no gráfico da figura 8 são, portanto, nulos. As unidades de  $b$  são  $\text{mL}/^{\circ}\text{C}$ , como antes.



**Figura 8.** Variação absoluta de volume de água  $\Delta V$  em função da temperatura  $T$  para todos os conjuntos experimentais. Em preto, o frasco de capacidade nominal 25 mL; em azul, o de capacidade nominal 50 mL; em vermelho, o de capacidade nominal 125 mL.

Agora, percebe-se mais claramente que, quanto maior for o volume inicial de uma porção de água, maior será o seu aumento de volume para o mesmo aumento de temperatura. Os coeficientes angulares das melhores retas permanecem os mesmos da Tabela 6.

**Tabela 8.** Coeficientes das melhores retas para o gráfico da figura 8.

Frasco (mL)	coeficiente linear $a = V_0$ (mL)	coeficiente angular $b$ (mL/ $^{\circ}\text{C}$ )
25	0,00(3)	0,0185(6)
50	0,00(4)	0,0306(8)
125	0,0(2)	0,078(3)

Ora, a hipótese inicial era que uma substância na fase líquida deveria comportar-se sempre da mesma maneira quando submetida a aquecimento. Aqui observa-se, no entanto, que a taxa de variação absoluta de volume  $b$  depende do volume inicial  $V_0$ . Como conciliar essas duas afirmações?

O comportamento universal do líquido, caso realmente exista, deve ser revelado na variação de volume relativa ao volume inicial de cada porção de água. Caso esta seja uma característica do líquido, independente do valor inicial  $V_0$ : a mudança proporcional no volume será sempre



igual para qualquer quantidade de água, o que explicará a dependência do aumento ou diminuição absolutos de volume de  $V_0$ . Portanto, dividindo as variações de volume  $\Delta V = V - V_0$  pelo volume inicial  $V_0$ , as curvas no gráfico da figura 8 deverão tornar-se uma só, de equação:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \alpha T, \quad (4.6)$$

onde  $\alpha$  deve ser uma constante de unidade  $^{\circ}\text{C}^{-1}$ , característica da substância em questão. Calculamos, então, a variação relativa  $\Delta V/V_0$  (adimensional) e construímos a Tabela 9 e o gráfico da figura 9.

**Tabela 9.** Temperatura  $T(^{\circ}\text{C})$  e variação relativa do volume  $\Delta V/V_0 = (V - V_0)/V_0$  para todos os frascos.

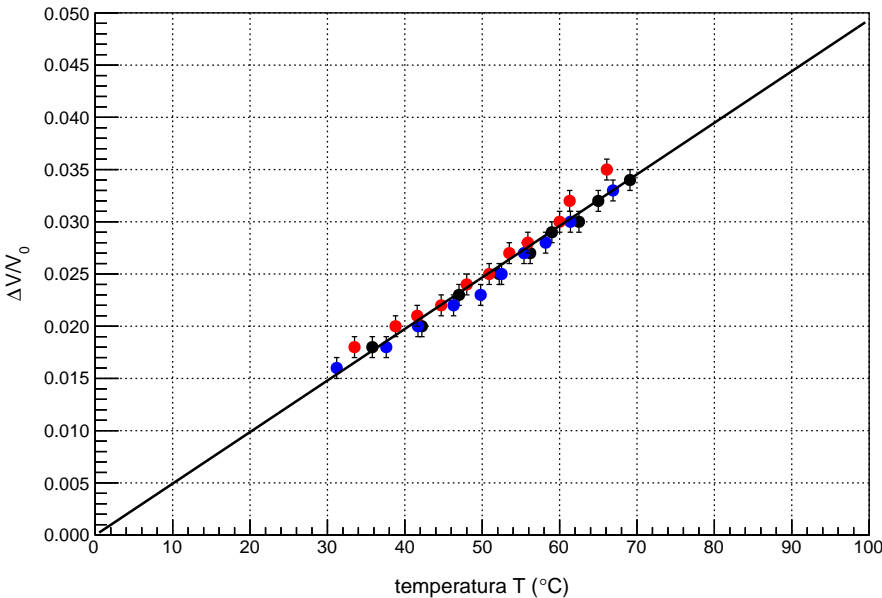
Frasco “25 mL”		Frasco “50 mL”		Frasco “125 mL”	
Temperatura $T(^{\circ}\text{C})$	variação relativa $\Delta V/V_0$	Temperatura $T(^{\circ}\text{C})$	variação relativa $\Delta V/V_0$	Temperatura $T(^{\circ}\text{C})$	variação relativa $\Delta V/V_0$
35,8(1)	0,018(1)	31,2(1)	0,016(1)	33,5(1)	0,018(1)
42,2(1)	0,020(1)	37,6(1)	0,018(1)	38,8(1)	0,020(1)
47,0(1)	0,023(1)	41,7(1)	0,020(1)	41,6(1)	0,021(1)
52,2(1)	0,025(1)	46,3(1)	0,022(1)	44,7(1)	0,022(1)
56,2(1)	0,027(1)	49,8(1)	0,023(1)	48,0(1)	0,024(1)
59,0(1)	0,029(1)	52,5(1)	0,025(1)	50,9(1)	0,025(1)
62,5(1)	0,030(1)	55,4(1)	0,027(1)	53,5(1)	0,027(1)
65,0(1)	0,032(1)	58,2(1)	0,028(1)	55,9(1)	0,028(1)
69,1(1)	0,034(1)	61,4(1)	0,030(1)	60,0(1)	0,030(1)
		66,9(1)	0,033(1)	61,3(1)	0,032(1)
				66,1(1)	0,035(1)

Conforme o esperado, observamos que os pontos experimentais povoam uma região compacta do gráfico da figura 9, havendo superposição em muitos casos. Ajustando uma única reta ao conjunto de pontos, obtemos os coeficientes listados na Tabela 10: o coeficiente linear é desprezível frente à incerteza, ou seja, à variação relativa de volume  $\Delta V/V_0$  quando  $T = 0^{\circ}\text{C}$  é nula (o que simplesmente mostra que essa foi a temperatura escolhida para tomarmos o volume de referência  $V_0$ ), enquanto o coeficiente angular foi igual a 0,00049(2).

Manipulando-se a equação 4.6, com vistas a isolar a constante  $\alpha$ , obtemos:

$$\alpha = \frac{1}{V_0} \frac{\Delta V}{T}. \quad (4.7)$$

Considerando que a temperatura  $T$  está expressa em graus Celsius, podemos substituir  $T$  na equação acima por  $\Delta T = T - T_0$ , onde a temperatura de referência é  $T_0 = 0^{\circ}\text{C}$ , sem alterar



**Figura 9.** Variação relativa de volume de água  $\Delta V/V_0$  em função da temperatura  $T$  para todos os conjuntos experimentais. Em preto, o frasco de capacidade nominal 25 mL; em azul, o de capacidade nominal 50 mL; em vermelho, o de capacidade nominal 125 mL.

**Tabela 10.** Coeficientes da melhor reta para o gráfico da figura 9.

coeficiente linear $a$	coeficiente angular $b(^{\circ}\text{C}^{-1})$
0,0000(8)	0,00049(2)

nenhum dos valores medidos ou calculados. Assim, chegamos à equação:

$$\alpha = \frac{1}{V_0} \frac{\Delta V}{\Delta T}, \tag{4.8}$$

a qual define a constante  $\alpha$ , de unidade  $^{\circ}\text{C}^{-1}$ , característica da substância em questão, à qual chamamos coeficiente de dilatação ou expansão térmica, ou de dilatação ou expansão volumétrica. Reescrevendo a equação anterior, obtemos por fim a relação que expressa o modelo matemático linear da expansão volumétrica normalmente trabalhado no Ensino Médio, a saber:

$$\Delta V = V_0 \alpha \Delta T. \tag{4.9}$$

O valor que obtivemos para o coeficiente de dilatação foi  $\alpha = 4,9(2) \times 10^{-4} ^{\circ}\text{C}^{-1}$ . Para efeito de comparação, deve-se atentar para o fato de que os valores listados na literatura variam muito conforme a faixa de temperatura em consideração, indo de  $\alpha = 3,03 \times 10^{-4} ^{\circ}\text{C}^{-1}$  para  $T =$

30 °C até  $\alpha = 5,84 \times 10^{-4} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$  para  $T = 70 \text{ }^{\circ}\text{C}$  (KELL, 1975). O valor obtido é bastante próximo dos valores listados para as temperaturas entre 56 e 57 °C, a saber:  $\alpha = 4,98 \times 10^{-4} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$  e  $\alpha = 5,04 \times 10^{-4} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ , respectivamente.

## 5 Considerações finais

Foi descrito neste trabalho um procedimento experimental para o estudo da dilatação térmica da água que pode ser utilizado de diversas formas na discussão desse assunto no Ensino Médio. Em especial, propôs-se que este material didático seja utilizado como base para atividades investigativas de caráter mais aberto, na qual o professor apresente o equipamento a ser utilizado e proponha o problema a ser investigado. Sugere-se que o professor também estimule os alunos a debater entre si, através do diálogo argumentativo, e que eles façam suas próprias previsões e reconstruam as etapas do procedimento a ser seguido. Nas palavras dos PCN+, é imperativo evitar que as atividades se reduzam “à execução de uma lista de procedimentos previamente fixados, cujo sentido nem sempre fica claro para o aluno” (BRASIL, 2002).

No experimento proposto, o estudante tem a oportunidade de observar o comportamento de certa quantidade de água quando submetida a um aumento de temperatura e de interpretar suas observações sem recorrer a uma teoria previamente estudada. Utilizando tabelas, gráficos e manipulações algébricas compatíveis com o seu estágio de estudo, o aluno pode investigar quantitativamente o fenômeno da dilatação térmica e construir de maneira mais autônoma o mesmo modelo matemático comumente apresentado nos livros didáticos (equação 4.9), incluindo o conceito de coeficiente de dilatação térmica.

Procurou-se atender às orientações e recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) e das Orientações Educacionais Complementares aos PCN (PCN+) sobre o desenvolvimento das competências em Física, especialmente a capacidade de articulação das diversas formas de representação de dados utilizadas na Física, como tabelas, gráficos e expressões algébricas, bem como a identificação de regularidades e o estabelecimento de relações entre grandezas.

## Referências

- ADEWUMI, M. Purpose and historical development. *PNG 520: Phase Behavior of Natural Gas and Condensate Fluids*, The Pennsylvania State University (College of Earth and Mineral Sciences, John A. Dutton e-Education Institute), 2017. Disponível em: <[https://www.e-education.psu.edu/png520/m7\\_p4.html](https://www.e-education.psu.edu/png520/m7_p4.html)>. Acesso em: 19 de março de 2018.
- BARRETO FILHO, B.; SILVA, C. X. d. *Física aula por aula: terminologia, óptica, ondulatória, 2º ano*. 3. ed. São Paulo: FTD, 2016. (Coleção física aula por aula).
- BÔAS, N. V.; DOCA, R. H.; BISCOLOLA, G. J. *Física, vol. 2: terminologia, ondulatória, óptica*. 3. ed. São Paulo: Saraiva, 2016.
- BRASIL. *PCN+Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais; Ciências da natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília: MEC/SEMTEC, 2002.
- CHARLES, J. Charles's law. In: *Encyclopædia Britannica*. Encyclopædia Britannica, Inc., 2018. Disponível em: <<https://www.britannica.com/science/Charles-law>>. Acesso em: 19 de março de 2018.
- CROSLAND, M. P. Charles's law. In: *Encyclopædia Britannica*. Encyclopædia Britannica, Inc., 2016. Disponível em: <<https://www.britannica.com/biography/Joseph-Louis-Gay-Lussac>>. Acesso em: 19 de março de 2018.
- Equation of State. . In: *Encyclopædia Britannica*. Encyclopædia Britannica, Inc., 2009. Disponível em: <<https://www.britannica.com/science/equation-of-state>>. Acesso em: 19 de março de 2018.
- GONÇALVES FILHO, A.; TOSCANO, C. *Física: interação e tecnologia*. 2. ed. São Paulo: Leya, 2016.
- GUIMARÃES, O.; PIQUEIRA, J. R.; CARRON, W. *Física*. 2. ed. São Paulo: Ática, 2016.
- KELL, G. S. Density, thermal expansivity, and compressibility of liquid water from 0degreeCelsius to 150degree: Correlations and tables for atmospheric pressure and saturation reviewed and expressed on 1968 temperature scale (texto em inglês). *J. Chem. Eng. Data*, v. 20, n. 1, p. 97–105, 1975.
- LEMOES, A. S. A equação fundamental da calorimetria. *IF-UFRJ (trabalho de conclusão de curso)*, 2013.
- LIEW, C. W.; TREAGUST, D. F. A predict-observe-explain teaching sequence for learning about students' understanding of heat and expansion of liquids (texto em inglês). *Australian Science Teachers' J.*, v. 41, n. 1, p. 68–71, 1995.
- MARIOTTE, E. . In: *Encyclopædia Britannica*. Encyclopædia Britannica, Inc., 2011. Disponível em: <<https://www.britannica.com/biography/Edme-Mariotte>>. Acesso em: 19 de março de 2018.

PADGETT, L. W.; MACGOWAN, C. E. Thermometry as a teaching tool for graphing: A first-day introductory chemistry laboratory experiment (texto em inglês). *J. Chem. Edu.*, v. 90, n. 7, p. 910–913, 2013.

PEREIRA, M. M. *Uma abordagem alternativa para o ensino da dilatação térmica de líquidos no Ensino Médio*. Dissertação (Trabalho de conclusão de curso) — Curso de Licenciatura em Física, Instituto de Física, Rio de Janeiro, Dezembro 2006.

PIRES, D. P. L.; AFONSO, J. C.; CHAVES, F. A. B. A termometria nos séculos xix e xx. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, v. 28, n. 1, p. 101–114, 2006.

QUIRINO, M. D. *O pêndulo simples*. Dissertação (Trabalho de conclusão de curso) — Curso de Licenciatura em Física, Instituto de Física, Rio de Janeiro, Abril 2014.

VÁLIO, A. B. M. et al. *Ser protagonista: física, 2º ano: ensino médio*. 3. ed. São Paulo: SM, 2016. (Coleção ser protagonista).